

Вказівки та відповіді.

8 клас.

Задача 1.

Дано:

$$t_1 = 1 \text{ год } 30 \text{ хв} = 1,5 \text{ год}$$

$$v_1 = 50 \text{ км/год}$$

$$t_2 = 30 \text{ хв} = 0,5 \text{ год}$$

$$v_2 = 0$$

$$t_3 = 1 \text{ год}$$

$$v_3 = 75 \text{ км/год}$$

$$t_4 = 2 \text{ год}$$

$$v_{\text{ср}} = ?$$

Згідно з визначенням середньої швидкості:

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t} = \frac{2(v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3)}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{2(50 \cdot 1,5 + 0 \cdot 0,5 + 75 \cdot 1)}{1,5 + 0,5 + 1 + 2} = \frac{300}{5} = 60 (\text{км/год})$$

Відповідь: $v_{\text{ср}} = 60 \text{ км/год}$

Задача 2. У воду занурена частина крижини об'ємом $V_3 = V - V_n$.

На неї діє виштовхувальна сила $F_A = \rho g(V - V_n)$.

Ця сила дорівнює вазі всієї крижини $P = \rho_{\text{л}} g V$, тобто умова плавання крижини запишеться: $\rho g(V - V_n) = \rho_{\text{л}} g V$, звідки: $V = V_n \frac{\rho}{\rho - \rho_{\text{л}}}$; $V = 20 \frac{1000}{1000 - 900} = 200 (\text{м}^3)$.

Відповідь: $V = 200 \text{ м}^3$.

Задача 3. Середня густина куба дорівнює відношенню його маси до об'єму:

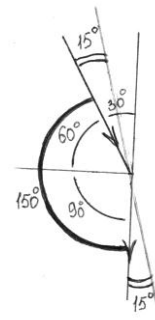
$$\rho = \frac{M}{10nV} = \frac{3nV\rho_1 + 4nV\rho_2 + 2nV\rho_3 + nV\rho_4}{10nV} = 0,1(3\rho_1 + 4\rho_2 + 2\rho_3 + \rho_4) = 570 (\text{кг/м}^3).$$

Відповідь: $\rho = 570 \text{ кг/м}^3$.

Задача 4. Щоби освітити дно колодязя, відбитий промінь повинен піти вертикально вниз. Якщо промінь Сонця падає під кутом 60° до земної поверхні, то кут падіння дорівнює $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Відбитий промінь повинен піти вертикально, тож кут між падаючим і відбитим променем буде: $60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$. Кут падіння дорівнює куту відбиття. Отже плоске дзеркало потрібно поставити так, щоби сума кутів між падаючим променем і дзеркалом ϕ_1 і відбитим променем й дзеркалом ϕ_2 була:

$$\phi_1 + \phi_2 = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$

$\phi_1 = \phi_2$, тож $30^\circ = 2\phi$; $\phi = 15^\circ$, тобто плоске дзеркало варто поставити під кутом 15° до променя або $60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$ до горизонту.



Задача 5. Основа учнівського пояснення. Під час близької грози чуємо лише звук, що супроводжує блискавку, а при далекій – сприймаємо ще й відбиті звуки від різних предметів.

9 клас.

Задача 1.

В умові задачі були допущені технічні помилки.

Якщо в колі паралельно резистору опором $R_1 = 120 \text{ Ом}$ підключити резистор опором R_2 , то сила струму в першому резисторі зменшиться в 6 разів. Який опір R_3 повинен мати резистор, увімкнений послідовно з розгалуженням, що утворилося, щоб загальний опір залишився без зміни? (Опором з'єднувальних проводів зневажити. Джерело постійної напруги)

Виправлена умова задачі:

В колі резистор опором $R_1=120$ Ом з'єднаний послідовно з резистором опором R_3 . Якщо в колі паралельно резистору опором $R_1=120$ Ом підключити резистор опором R_2 , то сила струму в першому резисторі зменшиться в 6 разів. Який опір R_3 повинен мати резистор, увімкнений послідовно з розгалуженням, що утворилося, щоби загальний опір усього кола дорівнював R_1 ? (Опором з'єднувальних проводів зневажити. Джерело постійної напруги)

Маємо надію, що члени журі коректно оцінювали учнівські розв'язки задачі, виходячи з того, як учні переформулювали умову чи обґрунтували свою відповідь.

Розв'язування. Підключення резистору опором R_2 зменшує силу струму через резистор опором R_1 в 6 разів. Тому якщо сила струму в ланцюзі до розгалуження дорівнювала I , то в резисторі опором R_1 тепер сила струму дорівнює $\frac{I}{6}$, а в резисторі опором R_2 дорівнює $\frac{5}{6}I$. Напруга на цих резисторах однакова, тому: $\frac{1}{6}IR_1 = \frac{5}{6}IR_2$. Звідки знаходимо, що $R_2=24$ Ом. Резистори опорами R_1 и R_2 підключені паралельно, їхній загальний опір R : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$; $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$; $R=20$ Ом.

Отже, опір $R_3 = 120$ Ом $- 20$ Ом $= 100$ Ом. *Відповідь:* $R_3=100$ Ом.

Задача 2. Вважаючи, що потенціальна енергія краплі повністю перетворюється у внутрішню енергію калориметра і краплі води, запишемо закон збереження і перетворення енергії, припустивши, що вода і калориметр нагріватимуться на $\Delta t=0,01$ °C. $\rho Vgh=cm\Delta t+c_2\rho V\Delta t$, звідки $V = \frac{cm\Delta t}{\rho(gh-c_2\Delta t)}$. Підставивши значення,

одержимо: $V = \frac{2,8 \cdot 10^3 \cdot 0,22 \cdot 10^{-3} \cdot 0,01}{1000(9,8 \cdot 5,2 - 4200 \cdot 0,01)} = 6,88 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$. *Відповідь:* $V = 6,88 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$.

Задача 3. Швидкість руху штучного супутника Землі на орбіті: $v = \frac{2\pi r_1}{T_1}$. При збільшенні в 4 рази радіуса кругової орбіти швидкість буде дорівнювати:

$v_2 = \frac{2\pi r_2}{T_2} = \frac{2\pi \cdot 4r_1}{8T_1} = \frac{4}{8} \cdot \frac{2\pi r_1}{T_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi r_1}{T_1} = \frac{v_1}{2}$. Таким чином, швидкість руху штучного супутника зменшиться в 2 рази. *Відповідь:* швидкість зменшиться в 2 рази.

Задача 4. При $F < F_{\min}$ балка перевернеться, а при $F > F_{\max}$ правий край балки підніматиметься. Запишемо правило моментів сил для цих випадків:

$$F_{\min}(L-l) = m\left(\frac{L}{2} - l\right)g$$

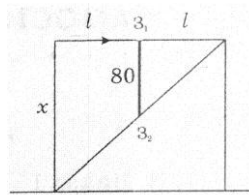
$$F_{\max}L = \frac{1}{2}mLg$$

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{(L-l)}{(L-2l)}; \frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{(6-1)}{(6-2 \cdot 1)} = \frac{5}{4}. \text{ Відповідь: } \frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{5}{4}.$$

Задача 5. *Основа учнівського пояснення.* Якщо користуватися однією розсіювальною — ні, тому що за допомогою розсіювальних лінз одержуємо уявні зображення. Але можливо сконструювати збиральну — з'єднати дві розсіювальні за допомогою глини та заповнити проміжок між ними водою.

10 клас.

Задача 1. Побудуємо зображення людини в плоскому дзеркалі й визначимо область, у якій він бачить своє відбиття в повний зріст. Зображення людини в дзеркалі перебуває на такій же відстані l від дзеркала 3_13_2 , як і сама людина. Отже, відстань від людини до його зображення дорівнює $2l$. З подоби двох трикутників маємо: $\frac{2l}{l} = \frac{x}{80}$. Звідси зріст людини, що може бачити себе в дзеркалі в повний зріст, дорівнює: $x = 80 \frac{2l}{l} = 160$ см.



Задача 2.

В умові задачі були допущені технічні помилки.

Якщо в колі паралельно резистору опором $R_1=120$ Ом підключити резистор опором R_2 , то сила струму в першому резисторі зменшиться в 6 разів. Який опір R_3 повинен мати резистор, увімкнений послідовно з розгалуженням, що утворилося, щоб загальний опір залишився без зміни? (Опором з'єднувальних проводів зневажити. Джерело постійної напруги)

Виправлена умова задачі:

В колі резистор опором $R_1=120$ Ом з'єднаний послідовно з резистором опором R_3 . Якщо в колі паралельно резистору опором $R_1=120$ Ом підключити резистор опором R_2 , то сила струму в першому резисторі зменшиться в 6 разів. Який опір R_3 повинен мати резистор, увімкнений послідовно з розгалуженням, що утворилося, щоб загальний опір усього кола дорівнював R_1 ? (Опором з'єднувальних проводів зневажити. Джерело постійної напруги)

Маємо надію, що члени журі коректно оцінювали учнівські розв'язки задачі, виходячи з того, як учні переформулювали умову чи обґрунтовували свою відповідь.

Розв'язування. Підключення резистору опором R_2 зменшує силу струму через резистор опором R_1 в 6 разів. Тому якщо сила струму в ланцюзі до розгалуження дорівнювала I , то в резисторі опором R_1 тепер сила струму дорівнює $\frac{I}{6}$, а в резисторі опором R_2 дорівнює $\frac{5}{6}I$. Напруга на цих резисторах однакова, тому: $\frac{1}{6}IR_1 = \frac{5}{6}IR_2$. Звідки знаходимо, що $R_2=24$ Ом. Резистори опорами R_1 і R_2 підключені паралельно, їхній загальний опір R : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$; $R = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$; $R=20$ Ом.

Отже, опір $R_3 = 120$ Ом – 20 Ом = 100 Ом. *Відповідь:* $R_3=100$ Ом.

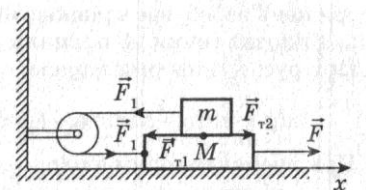
Задача 3. Вважаючи, що потенціальна енергія краплі повністю перетворюється у внутрішню енергію калориметра і краплі води, запишемо закон збереження і перетворення енергії, припустивши, що вода і калориметр нагріватимуться на $\Delta t=0,01$ °C. $\rho Vgh=cm\Delta t+c_2\rho V\Delta t$, звідки $V = \frac{cm\Delta t}{\rho(gh-c_2\Delta t)}$. Підставивши значення,

одержимо: $V = \frac{2,8 \cdot 10^3 \cdot 0,22 \cdot 10^{-3} \cdot 0,01}{1000(9,8 \cdot 5,2 - 4200 \cdot 0,01)} = 6,88 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$. *Відповідь:* $V = 6,88 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$.

Задача 4. Зобразимо сили, які діють на бруски в горизонтальному напрямі. Обравши за додатний напрям координатної осі Ox від блока вправо, запишемо рівняння руху тіл (в проекціях на ось Ox): $Ma_1 = F - F_1 - F_{T1}$

$$-ma_2 = -F_1 + F_{T2},$$

де F_1 – проекція сили пружності нитки. Оскільки нитка нерозтяжна, прискорення брусків за модулем однакові: $a_1=a_2$. Однакові за модулем і

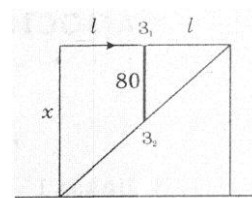


сили тертя $F_{T1} = F_{T2}$, в даному випадку $F_T = \mu mg$. Враховуючи це і виразивши з другого рівняння F_1 , дістанемо $F = (M + m)a + 2\mu mg$; $F = (2 + 1)\frac{9,8}{2} + 2 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 9,8 = 24,5$ (Н). *Відповідь:* $F=24,5$ Н.

Задача 5. При пружному зіткненні кульки обмінюються швидкостями, тому можна вважати, що після зіткнення кожна кулька пройде свій шлях у зворотному напрямку за той же час, що до зіткнення. Час польоту другої кульки до зіткнення позначимо t . Тоді $v_0 - gt = g(t+2) - v_0$ — умова рівності швидкостей кульок, кинутих з однакової початкової швидкістю на однаковій висоті. Звідси $t = \frac{v_0 - g}{g} = 2$ с, а перша кулька до зіткнення буде в повітрі $t_1 = t + 2 = 4$ с. Загальний час польоту кульок буде відповідно 8 с і 4 с. *Відповідь:* $t^* = 4$ с, $t_1^* = 8$ с.

11 клас.

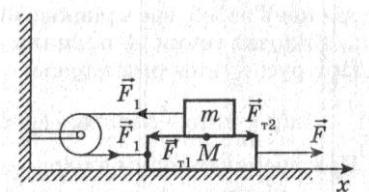
Задача 1. Побудуємо зображення людини в плоскому дзеркалі й визначимо область, у якій він бачить своє відбиття в повний зріст. Зображення людини в дзеркалі перебуває на такій же відстані l від дзеркала Z_1Z_2 , як і сама людина. Отже, відстань від людини до його зображення дорівнює $2l$. З подоби двох трикутників маємо: $\frac{2l}{l} = \frac{x}{80}$. Звідси зріст людини, що може бачити себе в дзеркалі в повний зріст, дорівнює: $x = 80 \frac{2l}{l} = 160$ см.



Задача 2. За законом Архімеда, $mg = \rho g V_T$, де g — прискорення вільного падіння, ρ — густина атмосфери Венери, $V_T = \frac{4}{3}\pi r^3$ — об'єм тіла. З рівняння стану ідеального газу $\rho = \frac{M p_0}{RT}$, де $M = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ — молярна маса вуглекислого газу. Остаточно: $m \leq \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{M p_0}{RT}$; $m \leq \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1^3 \frac{44 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^6}{8,31 \cdot 800} \approx 249$ (кг). *Відповідь:* $m \leq 249$ кг.

Задача 3. Оскільки заряди на послідовно з'єднаних конденсаторах однакові, напруги на них зв'язані співвідношенням $C_1 U_1 = C_2 U_2$. Першим буде пробитий конденсатор, який має меншу ємність, тобто другий конденсатор (з ємністю C_2). В момент пробою на ньому буде напруга $U_2 = U$, а на першому конденсаторі — напруга $U_1 = U_{\max} - U$. Тоді дістанемо $U_{\max} = U \frac{C_1 + C_2}{C_1}$; $U_{\max} = 300 \frac{500 \cdot 10^{-12} + 300 \cdot 10^{-12}}{500 \cdot 10^{-12}} = 480$ В.

Задача 4. Зобразимо сили, які діють на бруски в горизонтальному напрямі. Обравши за додатний напрям координатної осі Ox від блока вправо, запишемо рівняння руху тіл (в проекціях на ось Ox): $Ma_1 = F - F_1 - F_{T1}$
 $-ma_2 = -F_1 + F_{T2}$,



де F_1 — проекція сили пружності нитки. Оскільки нитка нерозтяжна, прискорення брусків за модулем однакові: $a_1 = a_2$. Однакові за модулем і сили тертя $F_{T1} = F_{T2}$, в даному випадку $F_T = \mu mg$. Враховуючи це і виразивши з другого

рівняння F_1 , дістанемо $F = (M + m)a + 2\mu mg$; $F = (2 + 1)\frac{9,8}{2} + 2 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 9,8 = 24,5$ (Н). *Відповідь:* $F=24,5$ Н.

Задача 5. Енергія E , яку витрачає людина при стрибку, розподіляється між людиною і візком. На основі законів збереження енергії та імпульсу запишемо:

$E = \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$ і $Mv_1 - mv_2 = 0$, де v_1 і v_2 — швидкості людини і візка відразу після стрибка. Робота проти сили тертя:

$A = \mu mgs = \frac{1}{2}mv_2^2$. Отже, $E = \mu mgs \left(1 + \frac{m}{M}\right)$. *Відповідь:* $E = \mu mgs \left(1 + \frac{m}{M}\right)$